

На правах рукописи



Шиврин Матвей Витальевич

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОКАЛЬНО НАГРУЖЕННЫХ ЧЕРЕЗ
ШПАНГОУТЫ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК**

Специальность 1.1.8. Механика деформируемого твёрдого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Москва – 2022

Работа выполнена в ФГАОУ ВО «Московский политехнический университет»
(Московский Политех)

Научный руководитель:

Бондарь Валентин Степанович

Заслуженный деятель науки РФ,
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты:

Полилов Александр Николаевич

доктор технических наук, профессор, ФГБУН
Институт машиноведения им. А.А. Благонравова
Российской Академии наук (г. Москва), главный
научный сотрудник, и.о. заведующего лабораторией

Горбачев Владимир Иванович

доктор физико-математических наук, профессор,
ФГБОУ ВО «Московский государственный
университет имени М.В. Ломоносова», заведующий
кафедрой

Ведущая организация:

Акционерное общество «Центральный Научно-
исследовательский институт специального
машиностроения», г. Хотьково, г. Сергиев Посад,
Московская область

Защита состоится «22» ноября 2022 года в 14.00 на заседании диссертационного совета
99.2.059.02, созданного на базе ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет»,
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» по адресу: 300012, Тульская
область, г. Тула, проспект Ленина, д. 92 (12-105).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО
«Тульский государственный университет» (<https://tulsu.ru/>).

Автореферат разослан «28» сентября 2022 года

Учёный секретарь
диссертационного совета



Глаголев Вадим Вадимович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Всё большее применение в различных отраслях экономики находят конструкции типа усиленных шпангоутами композитных цилиндрических оболочек. Указанные оболочки могут иметь как практически однородную по толщине структуру (и представлять собой однослойные ортотропные оболочки), так и быть многослойными (набранными из ортотропных слоев). Распространенным в этом классе конструкций является также случай трехслойных оболочек, которые состоят из двух композитных (несущих) слоёв и расположенного между ними сравнительно толстого мало жесткого и малоплотного слоя заполнителя. Передача локальных нагрузок на такие конструкции в процессе эксплуатации, как правило, осуществляется через шпангоуты, которые должны обладать достаточной жесткостью, чтобы не допустить распространения негативных эффектов, связанных с локальным характером нагрузок, непосредственно на оболочку. Разрушение подобных конструкций под действием отмеченного типа локальных нагрузок может происходить как вследствие высокого уровня напряжений в самих нагруженных шпангоутах, так и вследствие высокого уровня напряжений изгибного характера в оболочке в зонах стыков со шпангоутами.

Имеющиеся аналитические методы расчёта напряжённо-деформированного состояния локально нагруженных через шпангоуты композитных цилиндрических конструкций, представленные в работах А.Б. Миткевича, И.А. Егоренкова, В.Д. Протасова, С.Н. Сухинина, З.М. Носовой, А.И. Отвечалина, построены путем упрощения исходных соотношений соответствующих теорий оболочек на основе принятия полубезмоментной гипотезы В.З. Власова. Подобный приближенный подход дает по перемещениям, а также кольцевым деформациям результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом. В то же время при таком подходе остается открытым вопрос о распределении и уровне меридиональных деформаций и напряжений в узких зонах краевых эффектов, примыкающих к шпангоутам. Решение здесь требует привлечения полной системы уравнений теории оболочек, учитывающей в одинаковой мере изгибные факторы как в окружном, так и меридиональном направлениях. В такой общей постановке решаемая задача становится затруднительной для аналитических методов и требует привлечения численных методов. Однако и с применением численных подходов трудности с получением решений указанного типа задач с локальными нагрузками сохраняются. И это несмотря на наличие таких мощных инструментов численного моделирования, как программные комплексы метода конечных элементов.

Основная проблема при конечно-элементном решении рассматриваемого типа задач о локальном нагружении состоит в обеспечении сходимости получаемых (путём последовательного измельчения сетки конечных элементов) числовых результатов к искомому точному решению задачи во всех точках конструкции, включая упомянутые зоны краевых эффектов. Учитывая значительную протяжённость обсуждаемого типа конструкций, подтверждение указанной сходимости на основе процедуры варьирования расчетной сеткой представляется проблематичным. Надёжность получаемых таким образом численных решений в зонах краевых эффектов будет оставаться под вопросом.

Всё это говорит о том, что применительно к задачам о деформации локально нагруженных через шпангоуты композитных цилиндрических конструкций вопросы подтверждения достоверности получаемых численных решений, а также вопросы проведения на их основе исследований по влиянию типов прикладываемых нагрузок, геометрических и физико-механических характеристик таких конструкций на параметры их напряжённо-деформированного состояния до сих пор сохраняют свою актуальность.

Степень разработанности темы. На основе анализа имеющейся литературы по обсуждаемой теме можно сделать следующие выводы о степени её разработанности.

Как показывает имеющаяся практика расчета композитных оболочек, в случае достаточно тонких оболочек подобного типа (как однослойных, так и слоистых) допустимо (несмотря на повышенную податливость композитов на поперечный сдвиг) строить соответствующие расчётные модели с использованием соотношений классической теории оболочек, основанной на гипотезе единой нормали. Та же практика убеждает в допустимости использования при расчетах локально нагруженных через подкрепляющие шпангоуты тонких трехслойных (с легким наполнителем) композитных оболочек соотношений теории оболочек, построенной на гипотезе ломаной линии в сочетании с предположением о несжимаемости наполнителя по толщине.

Несмотря на огромное количество публикаций, посвященных аналитическим методам расчета локально нагруженных тонких упругих оболочек, обнаруживается лишь небольшое число работ, где удалось получить (с использованием полубезмоментной гипотезы В.З. Власова) приближенные аналитические решения задач о деформации конструкций в виде подкрепленных шпангоутами (и локально нагруженных через эти шпангоуты) композитных цилиндрических оболочек (в том числе и трехслойных с легким наполнителем). Однако эти приближенные решения не позволяют вычислить значения изгибных меридиональных деформаций (и напряжений) в узких зонах стыков оболочки с нагруженными шпангоутами (в зонах краевых эффектов).

При конечно-элементном решении рассматриваемого типа задач о локальном нагружении (как и при использовании любого другого численного метода) занимающийся расчетом исследователь должен обеспечить сходимость получаемых (путем последовательного измельчения используемой расчетной сетки) числовых результатов к предполагаемому точному решению задачи во всех точках исследуемой конструкции, включая зоны концентрации напряжений. В отсутствие четкого критерия сходимости результатов численного моделирования к упомянутому точному решению, достоверным применительно к рассматриваемой задаче представляется тот результат ее численного решения, который может быть подтвержден решением этой же задачи на основе какого-либо другого численного метода.

В качестве альтернативного метода численного решения рассматриваемого типа задач с локальными нагрузками целесообразно использовать метод численного интегрирования в варианте ортогональной прогонки, который (как показала обширная практика его применения) позволяет получать на тестовых задачах о деформации оболочек вращения результаты, совпадающие с соответствующими аналитическими решениями с точностью до многих значащих цифр.

Цель диссертационной работы:

– разработка методики численного решения задач о напряженно-деформированном состоянии локально нагруженных через шпангоуты композитных цилиндрических оболочек, способной обеспечить получение надёжных числовых результатов по параметрам напряженно-деформированного состояния во всех точках конструкции, включая зоны краевых эффектов, и проведение с использованием этой методики исследований применительно к стеклопластиковым конструкциям, находящимся под действием приложенных к шпангоутам локальных нагрузок.

Задачи диссертационной работы:

– формулировка подхода к построению методики численного решения задач о напряженно-деформированном состоянии локально нагруженных через шпангоуты композитных цилиндрических оболочечных конструкций, которая включает:

использование соотношений теории оболочек, основанной на гипотезе единой нормали (или ломаной линии в случае трехслойной оболочки с легким несжимаемым по толщине заполнителем), а также теории круговых колец с недеформируемым поперечным сечением; построение для решения поставленной задачи двух вычислительных моделей: одна из которых основана на методе численного интегрирования (ЧИ), другая - на методе конечных элементов (КЭ); подтверждение факта достоверности получаемого таким образом численного решения на основе критерия согласованности результатов ЧИ и КЭ моделей (в том числе и по зонам краевых эффектов);

– проведение с использованием заявленной методики (с одновременным применением ЧИ и КЭ моделей) исследований напряженно-деформированного состояния локально нагруженных через шпангоуты стеклопластиковых (как однослойных, так и трехслойных с пенопластовым заполнителем) цилиндрических конструкций с выявлением эффектов, связанных с влиянием схем нагружения, физико-механических и геометрических параметров конструкции на характер деформирования.

Научная новизна работы:

– с применением метода численного интегрирования разработан и программно реализован алгоритм численного решения задачи о напряженно-деформированном состоянии несесимметрично нагруженной конструкции, составленной из произвольного количества соединенных круговыми кольцами слоистых ортотропных цилиндрических оболочек (работающих либо по схеме единой нормали, либо ломаной линии в случае трехслойных с легким заполнителем оболочек);

– разработана методика получения надежного численного решения задачи о напряженно-деформированном состоянии локально нагруженной через шпангоуты композитной цилиндрической оболочечной конструкции, основанная на одновременном использовании двух вычислительных моделей (ЧИ и КЭ), в рамках которой подтверждение факта достоверности получаемого численного решения осуществляется на основе критерия согласованности ЧИ и КЭ расчётов (в том числе и по зонам краевых эффектов);

– с применением этой методики впервые для задач о локальном нагружении через шпангоуты стеклопластиковых (как однослойных, так и трехслойных с пенопластовым заполнителем) цилиндрических конструкций выполнены исследования по влиянию схем нагружения, физико-механических и геометрических параметров конструкции на уровень напряжений и деформаций в зонах краевых эффектов в окрестностях стыков с нагруженными шпангоутами.

Теоретическая и практическая значимость работы состоит:

– в разработке на основе метода численного интегрирования алгоритма и программы для расчёта напряженно-деформированного состояния несесимметрично нагруженной конструкции, составленной из произвольного количества соединенных круговыми кольцами слоистых ортотропных цилиндрических оболочек (работающих либо по схеме единой нормали, либо ломаной линии в случае трехслойных с легким заполнителем оболочек), а также в разработке методики использования такой ЧИ модели (в сочетании с КЭ моделью) в целях получения надежного численного решения задач о деформации локально нагруженных через шпангоуты композитных цилиндрических конструкций (указанные разработки могут быть использованы в расчетной практике организаций, связанных с проектированием подобного типа конструкций);

– во внедрении указанных разработок в расчетную практику Центра прикладных исследований АО «ЦНИИмаш».

Методология и методы исследования. В работе использованы:

- соотношения теории слоистых ортотропных оболочек, работающих по схеме единой нормали и прямой линии, а также теории трёхслойных с лёгким заполнителем оболочек, работающих по схеме ломаной линии;
- методы численного интегрирования (ЧИ) в варианте ортогональной прогонки и конечных элементов (КЭ) с использованием программного комплекса SIMULIA «Abaqus» (лицензия пользователя № LKO0576571), хорошо зарекомендовавших себя при решении широких классов задач строительной механики;
- метод перемещений при реализации алгоритма метода численного интегрирования применительно к конструкциям, содержащим трёхслойные секции;
- методика подтверждения достоверности получаемого численного решения как путём согласования результатов, получаемых на основе КЭ и ЧИ моделей, так и путём сравнения с экспериментом.

Положения, выносимые на защиту:

- разработанный с применением метода численного интегрирования (ЧИ) и программно реализованный алгоритм численного решения задач о напряжённо-деформированном состоянии локально нагруженных через шпангоуты композитных цилиндрических конструкций, составленных из секций в виде слоистых ортотропных оболочек, а также трёхслойных оболочек с лёгким заполнителем и слоистыми ортотропными несущими слоями;
- построенные на основе комплекса «Abaqus» расчётные КЭ модели для решения тех же задач о локальном нагружении конструкций;
- методика получения решения (с подтверждённой достоверностью) поставленной задачи с использованием построенных ЧИ и КЭ вычислительных моделей (факт достоверности получаемого таким образом численного решения устанавливается по достижению согласованности результатов ЧИ и КЭ моделей (в том числе и по зонам краевых эффектов));
- получаемые с применением этой методики результаты численного решения задач о деформации локально нагруженных через шпангоуты стеклопластиковых (как однослойных, так и трехслойных с пенопластовым заполнителем) цилиндрических конструкций;
- выявленные эффекты и закономерности по влиянию схем нагружения, физико-механических и геометрических параметров конструкций на уровень напряжений и деформаций в зонах краевых эффектов.

Достоверность полученных в работе результатов обеспечивается корректным применением проверенных практикой теоретических положений, использованием численных методов, хорошо зарекомендовавших себя при решении широких классов задач строительной механики, и подтверждается согласованием результатов численного моделирования с имеющимися экспериментальными данными.

Апробация работы. Результаты проведённых исследований докладывались и обсуждались на международных и всероссийских конференциях, в том числе:

- на II Всероссийской научно-технической конференции «Механика и математическое моделирование в технике» (МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, 2017 г.);
- на VIII научно-технической конференции молодых учёных и специалистов ЦУП (ЦНИИмаш, г. Королёв, 2018 г.);
- на международном молодежном научном форуме «ЛОМОНОСОВ-2018» (МГУ им. Ломоносова, г. Москва, 2018 г.);
- на X общероссийской молодёжной научно-технической конференции «Молодёжь. Техника. Космос» (БГТУ «Военмех», г. Санкт-Петербург, 2018 г.);

– на XXX Всероссийской школе-конференции «Математическое моделирование в естественных науках» (ПНИПУ, г. Пермь, 2021 г.).

В полном объеме диссертация докладывалась 17 февраля 2020 г. на научном семинаре им. А.Г. Горшкова «Проблемы механики деформируемого твердого тела и динамики машин» ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт», 18 ноября 2020 г. на Межкафедральном семинаре по прикладной и теоретической механике и численным методам моделирования ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана».

Личный вклад автора заключается:

- в разработке и программной реализации алгоритма численного решения (с применением метода численного интегрирования) заявленных задач о напряженно-деформированном состоянии локально нагруженных через шпангоуты конструкций, составленных из секций в виде слоистых ортотропных оболочек, а также трёхслойных оболочек с лёгким наполнителем и слоистыми ортотропными несущими слоями;

- в построении на основе комплекса «*Abaqus*» расчётных КЭ моделей для решения с их помощью тех же задач;

- в реализации методики получения решения (с подтверждённой достоверностью) заявленного типа задачи с использованием критерия согласованности результатов ЧИ и КЭ моделирований;

- в получении с применением этой методики результатов численного решения задач о деформации локально нагруженных через шпангоуты стеклопластиковых (как однослойных, так и трехслойных с пенопластовым наполнителем) цилиндрических конструкций;

- в обнаружении эффектов и закономерностей по влиянию схем нагружения, физико-механических и геометрических параметров конструкций на уровень напряжений и деформаций в зонах краевых эффектов.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 работ, из них шесть – в журналах перечня ВАК [1-6], одна – в журнале, входящем в международную базу цитирования Scopus [7], пять – публикации в иных научных изданиях [8-12].

Объём и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка использованных источников. Объём диссертации – 147 страниц, содержит 47 рисунков, 5 таблиц, приложение и список использованных источников из 126 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, излагаются цели и задачи работы, новизна и практическая значимость полученных результатов.

Первая глава посвящена обсуждению постановок задач о напряженно-деформированном состоянии тонких упругих оболочек (однослойных ортотропных, слоистых ортотропных, а также трехслойных ортотропных с легким наполнителем), анализу существующих методов их численного решения с ориентацией на рассматриваемый случай локально нагруженной подкрепленной шпангоутами тонкостенной композитной цилиндрической конструкции и формулировке на этой основе подхода к построению заявленной выше вычислительной методики.

Здесь отмечается, что в зависимости от типа нагружения, физико-механических характеристик материала оболочки, а также степени изменяемости этих характеристик по ее толщине наиболее широкое применение в практике расчетов композитных оболочек получили:

- теории оболочек, основанные на гипотезе единой нормали Кирхгофа;
- теории оболочек типа Тимошенко, учитывающие поперечные сдвиги и основанные на гипотезе прямой линии;
- теории трехслойных оболочек с легким несжимаемым по толщине заполнителем, основанные на гипотезе ломаной линии.

При анализе имеющихся численных подходов к решению задач рассматриваемого типа внимание уделяется методам численного интегрирования, конечных разностей и конечных элементов.

Отмечается, что широкое применение в практике расчета осесимметричных тонкостенных оболочечных конструкций (к классу которых относятся и обсуждаемые здесь цилиндрические конструкции), начиная со второй половины шестидесятих годов прошлого века, получили методы конечных разностей и численного интегрирования. Решение соответствующей задачи о напряженно-деформированном состоянии строилось в виде рядов Фурье по окружной координате. Получаемая при этом для каждого номера гармоники краевая задача для системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (восьмого порядка в случае классического варианта теории оболочек) решалась с использованием алгоритмов, основанных либо на методе численного интегрирования, либо – конечных разностей. Из алгоритмов численного интегрирования наибольшее применение получила схема (ортогональной прогонки) с использованием предложенной С.К. Годуновым процедуры ортогонализации в промежуточных точках интервала интегрирования.

С учетом вытекающих из проведенного обзорного анализа выводов и отмеченных проблем с достоверностью получаемых численными методами решений рассматриваемого класса задач о локальном нагружении, формулируется подход к построению заявленной выше вычислительной методики, который основывается на одновременном решении указанных задач с применением метода численного интегрирования (реализуемого в рамках предлагаемой методики) и метода конечных элементов и включает процедуру подтверждения достоверности получаемых решений (в том числе и в зонах краевых эффектов) путем согласования результатов расчетов по отмеченным двум вычислительным моделям.

Во **второй главе** даётся описание построенной в рамках сформулированного подхода вычислительной (ЧИ) модели (основанной на методе численного интегрирования), предназначенной для решения обозначенных задач о локальном нагружении через шпангоуты композитных цилиндрических конструкций. В качестве объекта моделирования при этом рассматривается конструкция, составленная из произвольного количества оболочечных секций, состыкованных посредством шпангоутов. Указанные секции могут представлять собой как слоистые ортотропные оболочки, работающие по схеме единой нормали, так и трёхслойные (с лёгким несжимаемым по толщине заполнителем) оболочки, работающие по схеме ломаной линии.

На рисунке 1 представлен элемент цилиндрической оболочки, подчиняющейся гипотезе единой нормали, где u , v , w – перемещения точки поверхности приведения рассматриваемой оболочки в направлениях принятых координатных линий $\alpha_1=x$, α_2 , $\alpha_3=z$.

Представленные в главе постановки задач о неосесимметричном напряженно-деформированном состоянии оболочек, работающих как по схеме единой нормали (оболочка первого типа), так и ломаной линии (оболочка второго типа) включают формулировку соответствующих геометрических и физических соотношений, уравнений

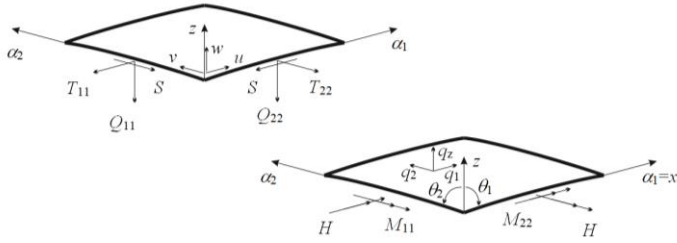


Рисунок 1 – Элемент оболочки в выбранной системе координат

равновесия, а также граничных условий. Полная система соотношений в случае оболочки второго типа при этом состоит из 41 алгебраических и дифференциальных (в частных производных по осевой и окружной координатам) уравнений относительно 41 неизвестных функций и представима в следующем виде.

Представленные в главе постановки задач о неосесимметричном напряжённо-деформированном состоянии оболочек, работающих как по схеме единой нормали (оболочка первого типа), так и ломаной линии (оболочка второго типа) включают формулировку соответствующих геометрических и физических соотношений, уравнений равновесия, а также граничных условий. Полная система соотношений в случае оболочки второго типа при этом состоит из 41 алгебраических и дифференциальных (в частных производных по осевой и окружной координатам) уравнений относительно 41 неизвестных функций и представима в следующем виде.

Геометрические соотношения:

$$U^j = u^j + z\theta_j, \quad V^j = v^j + z\theta_2^j, \quad W^j = w, \quad (j = 1, 3),$$

$$\text{где } \theta_1 = -w', \quad \theta_2 = -w^* + v/R, \quad (\dots)' = \frac{\partial(\dots)}{\partial x}, \quad (\dots)^* = \frac{1}{R} \frac{\partial(\dots)}{\partial \alpha_2},$$

$$\varepsilon_{11}^j(z) = E_{11}^j + zK_{11}^j, \quad \varepsilon_{22}^j(z) = E_{22}^j + zK_{22}^j, \quad \varepsilon_{12}^j(z) = E_{12}^j + 2zK_{12}^j, \quad (j = 1, 3),$$

$$E_{11}^j = (u^j)', \quad E_{22}^j = (v^j)^* + w/R, \quad E_{12}^j = (v^j)' + (u^j)^*,$$

$$K_{11}^j = \theta_1', \quad K_{22}^j = (\theta_2^j)^*, \quad K_{12}^j = \theta_1^* + (v^j)'/R, \quad (j = 1, 3).$$

Физические соотношения:

$$T_{11}^j = B_{11}^j E_{11}^j + B_{12}^j E_{22}^j + A_{11}^j K_{11}^j + A_{12}^j K_{22}^j \quad (1 \nleftrightarrow 2),$$

$$S^j = B_{33}^j E_{12}^j + 2A_{33}^j K_{12}^j,$$

$$M_{11}^j = A_{11}^j E_{11}^j + A_{12}^j E_{22}^j + D_{11}^j K_{11}^j + D_{12}^j K_{22}^j \quad (1 \nleftrightarrow 2),$$

$$H^j = A_{33}^j E_{12}^j + 2D_{33}^j K_{12}^j \quad (j = 1, 3).$$

(Если упругие характеристики ортотропного материала постоянны по толщине j -го несущего слоя, то для жесткостей такого слоя имеют место формулы):

$$B_{11}^j = \tilde{E}_1^j h_j, \quad B_{12}^j = \nu_{21}^j B_{11}^j, \quad \tilde{E}_1 = E_1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}), \quad (1 \nleftrightarrow 2),$$

$$A_{11}^j = \tilde{E}_1^j (z_j^2 - z_{j-1}^2) / 2, \quad A_{12}^j = \nu_{21}^j A_{11}^j \quad (1 \nleftrightarrow 2),$$

$$D_{11}^j = \tilde{E}_1^j (z_j^3 - z_{j-1}^3) / 3, \quad D_{12}^j = \nu_{21}^j D_{11}^j \quad (1 \nleftrightarrow 2),$$

$$B_{33}^j = G_{12}^j h_j, \quad A_{33}^j = G_{12}^j (z_j^2 - z_{j-1}^2) / 2, \quad D_{33}^j = G_{12}^j (z_j^3 - z_{j-1}^3) / 3.$$

Дифференциальные уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}(T_{11}^j)' + (S^j)^* + q_1^1 \delta_j^1 + q_1^3 \delta_j^3 + \sigma_{13}^2 \delta_j^1 - \sigma_{13}^2 \delta_j^3 &= 0, \\ (S^j)' + (T_{22}^j)^* + [(M_{22}^j)^* + 2(H^j)] / R + q_2^1 \delta_j^1 + q_2^3 \delta_j^3 + \sigma_{23}^2 \delta_j^1 - \sigma_{23}^2 \delta_j^3 &= 0, \\ Q_{11}' + Q_{22}^* - (\sum_j T_{22}^j) / R + q_z &= 0, \quad (j=1, 3),\end{aligned}$$

$$M_{11}' + H^* - Q_{11} = 0,$$

$$M_{22}^* + H' - Q_{22} = 0,$$

$$\text{где } M_{11} = \sum_j M_{11}^j, \quad M_{22} = \sum_j M_{22}^j, \quad H = \sum_j H^j;$$

$$\sigma_{13}^2 = G_{13}^2 \epsilon_{13}^2, \quad \sigma_{23}^2 = G_{23}^2 \epsilon_{23}^2,$$

$$\epsilon_{13}^2 = (u^3 - u^1) / h_2, \quad \epsilon_{23}^2 = (v^3 - v^1) / h_2.$$

Граничные условия на каждом торце:

$$\begin{array}{c} \text{кинematicические} \\ u^j = u^{*j}, \quad v^j = v^{*j}, \quad w = w^*, \quad \theta_1 = \theta_1^*, \\ \text{силовые} \end{array}$$

$$T_{11}^j = T_{11}^{*j}, \quad S^j + 2H^j / R = T_{12}^{*j}, \quad Q_{11} + H^* = Q_{11}^*, \quad M_{11} = M_{11}^*.$$

При переходе к случаю оболочки, работающей по схеме единой нормали (случай одного несущего слоя), полная система представленных для трёхслойной оболочки соотношений упрощается до 19 алгебраических и дифференциальных (в частных производных) уравнений относительно 19 неизвестных функций.

Шпангоут (с прямоугольным поперечным сечением), стыкуемый с торцами описанных двух типов оболочек, рассматривается в одном из вариантов обсуждаемой модели либо как оболочка первого типа, либо в другом варианте по схеме кольца с недеформируемым поперечным сечением.

В случае принятия такой расчётной схемы деформированное состояние шпангоута полностью определяется заданием перемещений его срединной линии и угла поворота поперечного сечения вокруг неё (4 определяющих кинематических параметра). В главе представлена полная система алгебраических и обыкновенных дифференциальных (с производными по окружной координате) уравнений, описывающих поведение кольца под действием приложенных к нему нагрузок, а также реакций со стороны торцов состыкованных с ним оболочек. Дифференциальные уравнения равновесия кольца под действием внешних сил и реакций со стороны торцов состыкованных с ним оболочек при этом имеют вид:

$$\begin{array}{ll} Q_{\text{sk}}^* + \tilde{t}_k = 0, & T_{2k}^* + Q_{rk} / r_k + \tilde{s}_k = 0, \\ Q_{rk}^* - T_{2k} / r_k + \tilde{q}_k = 0, & H_k^* + M_{\text{sk}}^* / r_k + \tilde{m}_k = 0, \\ Q_{rk} = M_{rk}^* + \tilde{m}_{rk}, & Q_{\text{sk}} = M_{\text{sk}}^* - H_k / r_k + \tilde{m}_{\text{sk}}, \\ \tilde{t}_k = t_k + \sum \eta^* T_{11}^*, & \tilde{s}_k = s_k + \sum \eta^* T_{12}^*, \\ \tilde{q}_k = q_k + \sum \eta^* Q_{11}^*, & \tilde{m}_k = m_k + \sum \eta^* (T_{11}^* \eta^* - Q_{11}^* \xi^* + M_{11}^*), \\ \tilde{m}_{\text{sk}} = m_{\text{sk}} + \sum \eta^* T_{12}^* \xi^*, & \tilde{m}_{rk} = m_{rk} + \sum \eta^* T_{12}^* \eta^*, \\ \widetilde{\eta} = (1 + \eta^* / r_k) \delta^*, & (\dots)^* = \frac{1}{r_k} \frac{\partial (\dots)}{\partial \alpha_2}. \end{array}$$

К ним добавляются еще соответствующие геометрические и физические соотношения.

Сформулированная система соотношений для шпангоутов (по схеме колец) и состыкованных с ними оболочек (двух типов) полностью описывает в рамках принятых предположений поведение моделируемой неосесимметрично нагруженной цилиндрической конструкции. Решение поставленной задачи (с частными производными по осевой и окружной координатам) строится с использованием процедуры разложения параметров напряженно-деформированного состояния и приложенных нагрузок в ряды Фурье по окружной координате α_2 . В результате исходная задача для рассматриваемой конструкции при каждом фиксированном номере гармоники Фурье-разложений сводится к совокупности краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных (по осевой координате) уравнений: восьмого порядка в случае оболочек первого типа и двенадцатого порядка в случае оболочек второго типа. Получающиеся при этом линейные алгебраические уравнения для колец представляют собой соотношения, устанавливающие линейные связи амплитудных значений перемещений и поворотов колец с амплитудными значениями кинематических и силовых факторов, входящих в формулировку граничных условий на стыкуемых с кольцами торцах оболочек.

Дальше возникает вопрос построения алгоритма решения поставленной задачи на основе метода численного интегрирования в варианте ортогональной прогонки. В известных стандартных реализациях метода ортогональной прогонки обычно рассматривается краевая задача для системы дифференциальных уравнений n -ого порядка с m заданными на каждом из краёв граничных условий, где $m=n/2$. В данном же случае имеет место совокупность краевых задач, включающая одновременно системы дифференциальных уравнений разных порядков ($n=8$ и $n=12$), для которых связь граничных условий осуществляется с использованием систем алгебраических уравнений четвёртого порядка, описывающих поведение колец, состыкованных с оболочками. В связи с этим вычислительную процедуру по методу численного интегрирования (в варианте ортогональной прогонкой) предлагается строить в сочетании с методом перемещений в матричной форме, типичной для метода конечных элементов. При таком подходе в качестве «конечных элементов» рассматриваются оболочки, характеризуемые системами дифференциальных уравнений с $n=8$ и $n=12$. На основе численного (по методу ортогональной прогонки) решения $(n+1)$ краевых задач для каждой из оболочек (когда одно из n обобщённых краевых перемещений равно единице, а остальные равны нулю, а затем, когда все из указанных перемещений равны нулю) определяется «матрица жёсткости» размером $n \times n$ и «столбец узловых сил» размером n , с помощью которых устанавливается связь между обобщёнными торцевыми перемещениями оболочки и её обобщёнными торцевыми силами. В матричной форме записываются уравнения равновесия колец в терминах их обобщённых перемещений, а также реакций со стороны торцов состыкованных с ними оболочек, которые оформляются в виде столбцов, содержащих 4 обобщённых перемещения в случае кольца и m обобщённых торцевых сил в случае оболочки. В матричном виде записываются также связи, позволяющие определить при заданных обобщённых перемещениях колец обобщённые перемещения состыкованных с ними торцов оболочек. С помощью указанных матричных связей формируется матрица и столбец правой части разрешающей системы алгебраических уравнений относительно искомых обобщённых перемещений колец. Эта система решается при заданных условиях закрепления одного из колец. Полученные в результате перемещения колец используются для определения торцевых перемещений оболочек. Затем для каждой оболочки при найденных граничных условиях в перемещениях

решается (по методу ортогональной прогонки) краевая задача для соответствующей системы дифференциальных уравнений и окончательно определяются амплитудные значения компонент напряжённо-деформированного состояния, относящиеся к текущему номеру гармоники.

Дается описание процедуры ортогональной прогонки применительно к рассматриваемому случаю краевой задачи для системы из n линейных дифференциальных уравнений первого порядка при заданных граничных условиях в перемещениях.

В завершение главы дан пример представления в виде ряда Фурье по окружной координате функции, моделирующей локальные нагрузки, рассматриваемые в следующих главах. Приведённые при этом иллюстрации показывают, что отрезок ряда Фурье из пятидесяти гармоник достаточно хорошо аппроксимирует заданную функцию. Дано также краткое описание оболочечного (типа Тимошенко) элемента S4 и объёмного элемента C3D20 программного комплекса «*Abaqus*» и процедуры их применения при построении вариантов расчётных КЭ моделей рассматриваемых конструкций.

В рамках этой процедуры принимается во внимание, что создаваемая на основе указанных выше оболочечных (типа Тимошенко) и объёмных элементов расчётная КЭ модель может быть настроена путём задания завышенных (на 2-3 порядка) значений соответствующих модулей упругости на ситуацию, близкую к выполнению гипотез, заложенных в разработанную ЧИ модель. На подобную ситуацию и осуществляется первоначальная настройка КЭ модели, выступающей в качестве аналога соответствующей ЧИ модели. Остаётся путём измельчения расчётной сетки добиться близкого согласования расчётных результатов на основе построенных ЧИ и КЭ моделей (в том числе и по зонам краевых эффектов). Тем самым, численное (с подтверждённой достоверностью) решение рассматриваемой задачи (в рамках принятых в ЧИ модели гипотез) можно считать полученным. Далее путём перенастройки образованной КЭ модели на варианты с реальными значениями завышенных ранее модулей, оцениваются влияния таких факторов как поперечные сдвиги и сжимаемость заполнителя по толщине на напряженно-деформированное состояние композитной конструкции рассматриваемого класса.

В третьей главе представлены полученные с использованием изложенной методики результаты решения задач о напряжённо-деформированном состоянии локально нагруженных однослойных стеклопластиковых цилиндрических конструкций применительно к случаям шпангоутов прямоугольного поперечного сечения и переменной толщины. В качестве локальных нагрузок рассматриваются осевые и радиальные силы, а также крутящие моменты, приложенные к одному из шпангоутов.

Первый раздел посвящен изложению результатов расчётов (с применением построенных ЧИ и КЭ моделей) стеклопластиковой конструкции в виде оболочки, подкреплённой одним промежуточным и двумя торцевыми шпангоутами прямоугольного поперечного сечения. Численное моделирование осуществлялось при этом с использованием четырёх вариантов КЭ моделей.

Рассматривались три случая нагружения конструкции: двумя радиальными нагрузками, локально приложенными к промежуточному шпангоуту, двумя осевыми нагрузками, локально приложенными к торцевому шпангоуту и двумя крутящими моментами, локально приложенными к торцевому шпангоуту.

Для указанных трёх случаев достоверность полученных численных решений в зонах краевых эффектов подтверждена фактом хорошего согласования результатов ЧИ и КЭ моделирования, дано сравнение с имеющимся экспериментом.

Проведёнными расчётами показано, что меридиональные деформации в окрестности стыка оболочки с локально нагруженным шпангоутом являются определяющими при оценке прочности рассмотренных конструкций.

Установлено, что имеющиеся решения рассмотренных задач на основе полубезмоментного подхода дают двух-трёхкратно заниженную оценку по значениям меридиональных деформаций (а значит, и напряжений) в оболочке на стыке с нагруженным шпангоутом.

В частности, в случае приложения к крайнему шпангоуту двух осевых сил по данным, представленным на рисунке 2, можно отметить хорошее согласование результатов численного моделирования с экспериментом (по меридиональным деформациям в безмоментной зоне оболочки, где были установлены датчики), а также можно отметить практическое совпадение результатов, полученных на основе ЧИ (кривые 1, 2) и КЭ (кривые 3, 4) моделей по меридиональным деформациям в оболочке (в том числе и в её краевой зоне, примыкающей к нагруженному шпангоуту). Тем самым подтверждается достоверность полученных расчётных результатов. Выполненный с применением объёмной КЭ модели расчёт (кривые 3', 4') позволил установить, что учёт деформаций поперечных сдвигов в нагруженном шпангоуте в рассматриваемом случае приводит к увеличению на 20 % меридиональных деформаций в оболочке на стыке с нагруженным шпангоутом.

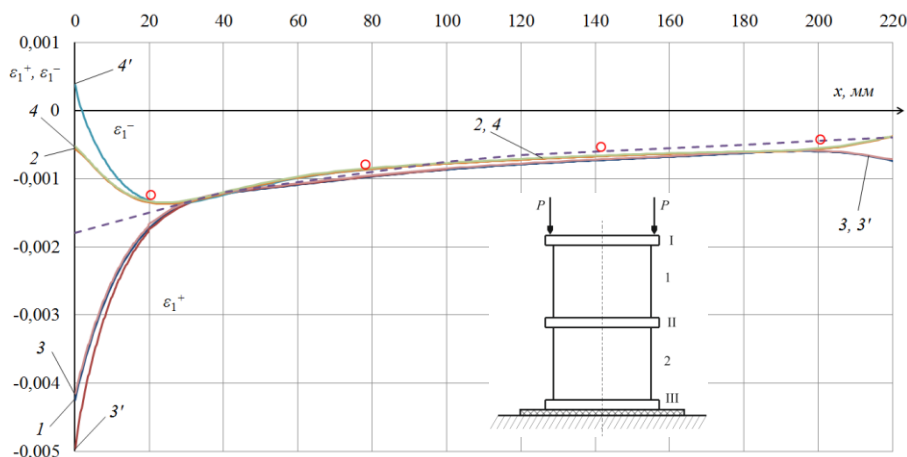


Рисунок 2 – Распределение вдоль оси x деформаций ε_1^+ , ε_1^- на внешней и внутренней поверхностях оболочки 1 ($\alpha_2=0$) при действии двух осевых сил

Второй раздел посвящен изложению результатов численного моделирования напряженно-деформированного состояния конструкции стеклопластикового резервуара с подкрепляющими шпангоутами переменной толщины в случае приложения к одному из них (промежуточному или крайнему) двух осевых сил (рисунок 3).

При решении данной задачи отмечено практическое совпадение результатов, полученных на основе ЧИ и КЭ моделей по меридиональным и окружным деформациям в оболочечных сечениях, включая зоны краевых эффектов. Тем самым подтверждена достоверность полученных расчётных результатов и подтверждено практическое невливание учёта поперечных сдвигов на эти результаты (рисунок 4).

Отмечается опасно высокий уровень меридиональных деформаций на стыке участков 2 и 3. Расчётами установлено, что при переходе к ситуации, когда вместо промежуточного шпангоута нагружению теми же осевыми силами подвергается крайний шпангоут, уровень напряжений в рассчитываемой конструкции увеличивается на 25 %. Указано также на два способа, которыми можно снизить уровень указанных напряжений на 27 % и 18 % за счёт изменения профиля нагруженного шпангоута (с вариантом увеличения его высоты и вариантом увеличения его ширины).

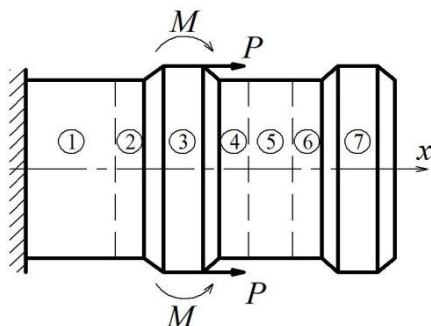


Рисунок 3 – Локально нагруженная стеклопластиковая конструкция

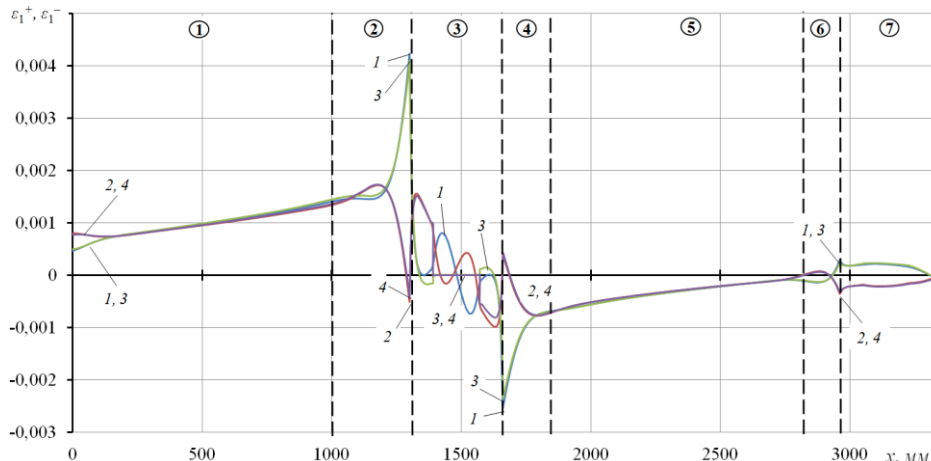


Рисунок 4 – Распределение вдоль оси x деформаций ε_1^+ , ε_1^- на внешней и внутренней поверхности рассматриваемой конструкции при $\alpha_2=0$. Случай приложения сил P к промежуточному шпангоуту

В третьем разделе представлены результаты численного моделирования конструкции из перекрёстно армированного композитного материала, состоящей из двух цилиндрических оболочек и трёх круговых колец прямоугольного поперечного сечения, при различных вариантах приложения локальных нагрузок к одному из шпангоутов (случаи приложения двух радиальных сил, двух осевых сил, двух моментов). Установлено, что наиболее благоприятным в смысле сопротивляемости конструкции приложенным локальным нагрузкам в рассмотренных случаях является вариант перекрёстного армирования, приводящий к существенно завышенным значениям модуля сдвига G_{12} по сравнению с модулями E_1 , E_2 у композитного материала оболочки.

В четвёртой главе представлены результаты численного моделирования напряженно-деформированного состояния трёхслойных с пенопластовым наполнителем

стеклопластиковых цилиндрических конструкций в случаях приложения к шпангоутам радиальных и осевых сил.

При исследовании напряженного состояния подкрепленной двумя торцевыми шпангоутами трехслойной оболочки в случае действия двух радиальных сил, приложенных к одному из шпангоутов, установлено, что при высоте поперечного сечения шпангоута, равной толщине оболочки, меридиональные деформации конструкции всюду малы по сравнению с окружными деформациями и, значит, в таком случае расчет напряженно-деформированного состояния допустимо проводить на основе полубезмоментного подхода.

Выполнено также решение аналогичной задачи применительно к случаю эксцентрично подкрепленной торцевыми шпангоутами трёхслойной оболочки. При этом зафиксировано хорошее согласование результатов расчётов (рисунок 5) на основе ЧИ (кривые 1, 2) и КЭ (кривые 3, 4) моделей. Тем самым подтверждена достоверность полученных расчётных результатов. Обращено внимание на наблюдаемый по результатам расчётов эффект четырёхкратного спада значений меридиональных деформаций несущих слоёв оболочки в зоне стыка с нагруженным шпангоутом (на расстоянии, равном четырём толщинам несущего слоя). Обращено также внимание на опасно высокий уровень пиковых значений указанных деформаций в рассматриваемом случае эксцентрично подкреплённой оболочки.

Показано, что локальными утолщениями несущих слоёв эти пиковые значения могут быть снижены на 33%. С использованием соответствующего варианта КЭ модели установлено, что в рассматриваемом случае учёт сжимаемости заполнителя приводит к увеличению примерно на 15% уровня меридиональных деформаций в оболочке на стыке с нагруженным шпангоутом.

В завершение главы представлены результаты численного моделирования напряженно-деформированного состояния конструкции трёхслойного стеклопластикового резервуара в случае приложения к одному из шпангоутов двух осевых сил (рисунок 6).

Рассмотрены два конструктивных варианта резервуара, которые различаются лишь тем, что во втором варианте шпангоуты предполагаются выполненными из стеклопластика с повышенным в 1,6 раза (по сравнению со шпангоутами первого варианта) значением модуля Юнга в окружном направлении.

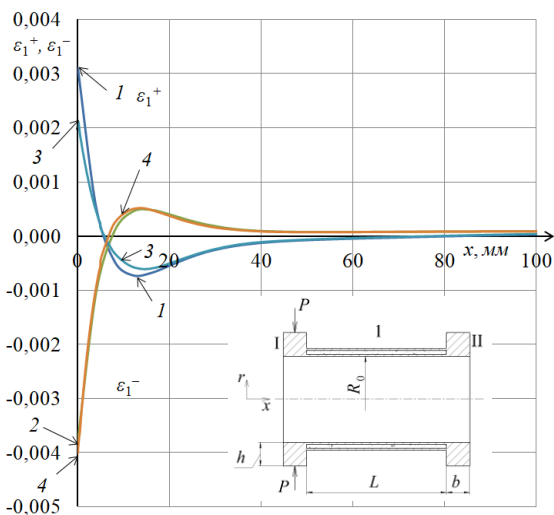


Рисунок 5 – Распределение вдоль оси x деформаций ε_1^- , ε_1^+ на внутренней и внешней поверхностях оболочки 1 при $\alpha_2=0$

Для каждого из этих вариантов отмечено хорошее согласование результатов численного моделирования на основе ЧИ (кривые 1, 2) и КЭ (кривые 3, 4) моделей (рисунок 7). Тем самым подтверждена достоверность получаемых расчётных результатов.

Параметрическими исследованиями на основе вариантов КЭ модели установлено практическое отсутствие влияния сжимаемости заполнителя по толщине на получаемые результаты. Установлено также, что учёт поперечных сдвигов в шпангоутах приводит к увеличению уровня напряжений в конструкции резервуара примерно на 30 %. Кроме того установлено, что путём увеличения в 1,6 раза модуля Юнга материала шпангоутов в окружном направлении можно снизить примерно на 15% уровень напряжений в исследуемой трёхслойной конструкции.

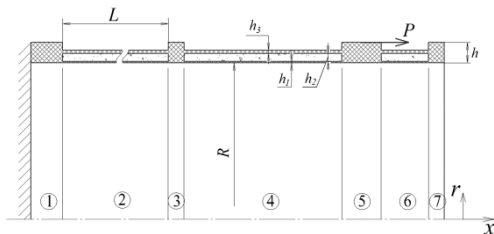


Рисунок 6 – Расчётная схема трёхслойной стеклопластиковой конструкции

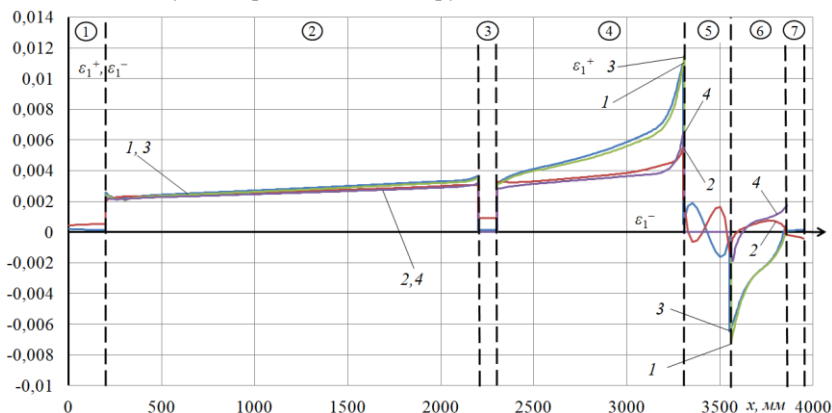


Рисунок 7 – Распределение вдоль оси x деформаций ε_1^+ , ε_1^- на внешней и внутренней поверхности рассматриваемой конструкции при $\alpha_2=0$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. Разработана методика численного решения задач о напряжённо-деформированном состоянии локально нагруженных через шпангоуты композитных цилиндрических конструкций, составленных из секций в виде слоистых ортотропных оболочек, а также трёхслойных оболочек с лёгким заполнителем и слоистыми ортотропными несущими слоями. В рамках реализации этой методики построены две вычислительные модели (ЧИ и КЭ), одна из которых основана на методе численного интегрирования дифференциальных уравнений теории оболочек, подчиняющихся либо гипотезе единой нормали, либо гипотезе ломаной линии, а другая основана на методе конечных элементов. Суть методики заключается в получении решения рассматриваемой задачи на основе каждой из двух отмеченных вычислительных моделей, после чего делается вывод о достоверности полученных по этим моделям результатов при условии их полной согласованности (в том числе по зонам краевых эффектов).

2. С использованием данной методики впервые при решении задач о напряжённо-деформированном состоянии локально нагруженных через шпангоуты стеклопластиковых (как однослойных, так и трёхслойных с пенопластовым наполнителем) цилиндрических конструкций получены (с подтверждённой достоверностью) результаты по пиковым значениям меридиональных деформаций и напряжений в оболочках в зонах их стыков с нагруженными шпангоутами. При этом впервые (с подтверждённой достоверностью) установлено, что в расчётных случаях, связанных с приложением к шпангоутам радиальных сил, осевых сил, а также крутящих моментов, в этих зонах имеет место опасно высокий (по сравнению с другими зонами конструкции) уровень деформаций и напряжений. Показано, что известные решения подобных задач на основе полубезмоментного подхода дают двух-трёхкратно заниженную оценку по этим параметрам.

3. На основе параметрических исследований с применением построенных ЧИ и КЭ моделей впервые (с подтверждённой достоверностью) установлены закономерности по влиянию схем нагружения, физико-механических и геометрических параметров указанных конструкций на уровень деформаций и напряжений в зонах краевых эффектов. В частности, установлено, что:

- в случае, когда существенным фактором при деформировании локально нагруженного шпангоута является его кручение, учёт поперечных сдвигов в таком шпангоуте может приводить к повышению пиковых значений меридиональных деформаций (и соответствующих напряжений) оболочки на стыке со шпангоутом на величину порядка 27 %. Указано на два способа, которыми можно снизить уровень опасных напряжений на 27 % и 18 % за счёт изменения профиля нагруженного шпангоута;

- в случае приложения к шпангоуту локальных радиальных нагрузок учёт сжимаемости наполнителя по толщине приводит к увеличению (в пределах 15 %) рассчитываемого без такого учёта уровня меридиональных деформаций (и соответствующих напряжений) в трёхслойной оболочке на стыке с таким шпангоутом. При этом двукратное увеличение модуля сдвига наполнителя приводит к уменьшению (примерно на 15 %) максимального значения меридиональных деформаций (и соответствующих напряжений) в трёхслойной оболочке;

- в случае приложения к шпангоуту локальных осевых нагрузок учёт сжимаемости наполнителя по толщине не приводит к сколько-нибудь заметному уточнению расчётных результатов, а учёт поперечных сдвигов в нагруженном осевыми силами шпангоуте приводит к увеличению (примерно на 22 %) получаемых расчётом меридиональных деформаций (и соответствующих напряжений) в трёхслойной оболочке на стыке с этим шпангоутом.

По теме диссертации опубликовано 12 печатных работ, в том числе:

(публикации в изданиях, включенных в перечень ВАК):

1. Шиврин М.В. Численное моделирование локально нагруженных через шпангоуты цилиндрических оболочек из перекрестно армированных композитов / М.В. Шиврин, В.С. Бондарь // Машиностроение и инженерное образование. – 2021. – № 3-4 (67). – С. 28-36.

2. Шиврин М.В. Численное моделирование подкреплённых шпангоутами стеклопластиковых цилиндрических оболочек при действии локальных нагрузок / М.В. Шиврин, В.С. Бондарь // Машиностроение и инженерное образование. – 2022. – № 1-2 (68). – С. 24-32.

3. Шиврин М.В. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния подкреплённых шпангоутами стеклопластиковых цилиндрических оболочек

при локальных нагрузках / М.В. Шиврин, В.Э. Апетьян, Л.Г. Сухомлинов // Космонавтика и ракетостроение. – 2017. – 3 (96). – С. 81-89.

4. Шиврин М.В. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния подкреплённых шпангоутами трёхслойных с лёгким заполнителем стеклопластиковых цилиндрических оболочек при локальных нагрузках / М.В. Шиврин, Л.Г. Сухомлинов // Космонавтика и ракетостроение. – 2017. – 4 (97). – С. 132-142.

5. Шиврин М.В. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния стеклопластиковой цилиндрической оболочки, подкреплённой шпангоутами переменной толщины, к одному из которых приложены локальные осевые нагрузки / М.В. Шиврин, Л.Г. Сухомлинов // Космонавтика и ракетостроение. – 2018. – 1(100). – С. 127-134.

6. Шиврин М.В. Применение вычислительной модели из объёмных и оболочечных элементов при расчёте локально нагруженных через шпангоуты трёхслойных стеклопластиковых цилиндрических оболочек / М.В. Шиврин, Л.Г. Сухомлинов // Космонавтика и ракетостроение. – 2018. – 3 (102). – С. 92-102.

(в изданиях, утвержденных ВАК, при этом включенных в международную реферативную базу данных и систем цитирования Scopus):

7. Шиврин М.В. Численное моделирование локально нагруженных через шпангоуты трёхслойных композитных цилиндрических оболочек / М.В. Шиврин, Л.Г. Сухомлинов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2021. – № 3. – С. 163-174.

(публикации в других изданиях):

8. Шиврин М.В. Численный анализ напряжённо-деформированного состояния локально нагруженных через шпангоуты композитных цилиндрических оболочек / М.В. Шиврин // Механика и математическое моделирование в технике – II Всероссийская научно-техническая конференция. – Сборник трудов. – Москва. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2017. – С. 296-299.

9. Шиврин М.В. Численное моделирование локально нагруженных через подкрепляющие шпангоуты трёхслойных с пенопластовым заполнителем стеклопластиковых цилиндрических оболочек / М.В. Шиврин // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2018» – М.: МАКС Пресс. – 2018. – ISBN 978-5-317-05800-5.

10. Шиврин М.В. Численное моделирование трёхслойных стеклопластиковых с пенопластовым заполнителем цилиндрических оболочек при локальном нагружении через шпангоут / М.В. Шиврин // Молодёжь. Техника. Космос: труды X Общероссийской молодёжной науч.-техн. конф. – Т.1 – Балт. гос. техн. ун-т. Библиотека журнала «Военмех. Вестник БГТУ». – № 49. – СПб. – 2018. – С. 171-176.

11. Шиврин М.В. Численное моделирование локально нагруженных через шпангоуты трёхслойных стеклопластиковых с пенопластовым заполнителем цилиндрических оболочек / М.В. Шиврин, Л.Г. Сухомлинов, В.С. Бондарь // Материалы XXX Всероссийской школы-конференции «Математическое моделирование в естественных науках» – Пермь: ПНИПУ – 2021. – С. 15-17.

12. Шиврин М.В. Метод расчёта напряженно-деформированного состояния тонкостенных композитных цилиндрических конструкций изделий ракетной техники под действием локальных нагрузок, приложенных к шпангоутам // Сборник статей VIII научно-технической конференции молодых учёных и специалистов ЦУП – ЦНИИмаш – 2018. – 451 с. – С 411-416.